

## 第一章 函数

### 1. 单项选择题:

(1) 函数  $y = f(x)$  的定义域是 ( ).

- A. 变量  $x$  的取值范围
- B. 使函数  $y = f(x)$  的表达式有意义的变量  $x$  的取值范围
- C. 全体实数
- D. 以上三种情况都不是

(2) 如果两个函数是相同的, 则 ( ).

- A. 两函数表达式相同
- B. 两函数定义域相同
- C. 两函数表达式相同且定义域相同
- D. 两函数值域相同

(3) 点  $x_0$  的  $\delta$  领域 ( $\delta > 0$ ) 是指区间 ( ).

- A.  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$
- B.  $[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$
- C.  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta]$
- D.  $[x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

(4) 设函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 则  $f(x+2)$  的定义域是 ( ).

- A.  $[-2, -1]$
- B.  $[-1, 0]$
- C.  $[0, 1]$
- D.  $[1, 2]$

(5) 下面函数与  $y = x$  为同一函数的是 ( ).

- A.  $y = (\sqrt{x})^2$
- B.  $y = \sqrt{x^2}$
- C.  $y = e^{\ln x}$
- D.  $y = \ln e^x$

(6) 函数  $y = \log_3(16 - 2x^2)$  的自然定义域是 ( ).

- A.  $(-2\sqrt{2}, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$
- B.  $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
- C.  $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup [2\sqrt{2}, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

(7) 函数  $y = 2\lg \frac{x}{x-2} + 3\arccos \frac{x}{3}$  的定义域为 ( ).

- A.  $[-3, 0] \cup (2, 3]$
- B.  $[-3, 3]$
- C.  $[-3, 0] \cup (1, 3)$
- D.  $[-2, 0] \cup (1, 2)$

(8) 如果函数  $f(x)$  的定义域是  $[-2, \frac{1}{3}]$ , 则  $f(\frac{2}{x})$  的定义域是 ( ).

- A.  $[-4, \frac{2}{3}]$
- B.  $[-1, 0] \cup [6, +\infty)$
- C.  $[-1, 0] \cup (0, 6]$
- D.  $(-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$

(9) 如果函数  $f(x)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则  $f(\log_3 x)$  的定义域是 ( ).

- A.  $[-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 3]$
- B.  $[\frac{1}{3}, 3]$
- C.  $[-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 3]$
- D.  $[\frac{1}{3}, 3]$

(10) 以下说法不正确的是 ( ).

- A. 两个奇函数之和为奇函数
- B. 两个奇函数之积为偶函数
- C. 奇函数与偶函数之积为偶函数
- D. 两个偶函数之和为偶函数

(11) 函数  $y = 4x^2 \sin x$  的图形 ( ).

- A. 关于  $Ox$  轴对称
- B. 关于  $Oy$  轴对称
- C. 关于原点对称
- D. 关于直线  $y = x$  对称

(12) 下列函数中, 图形关于  $y$  轴对称的有 ( ).

- A.  $y = 2x \cos 3x$
- B.  $y = \frac{1}{2}x + 4x^3 + 1$

$$C. y = \frac{3e^x + 3e^{-x}}{2}$$

$$D. y = \frac{3e^x - 3e^{-x}}{2}$$

(13) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  有定义, 则下列函数为奇函数的是 ( ).

$$A. y = f(x) + f(-x)$$

$$B. y = 2x[f(x) + f(-x)]$$

$$C. y = x^2 f(x^2)$$

$$D. y = f(-2x) \cdot f(2x)$$

(14) 函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3\sin x$  的奇偶性为 ( ).

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶

D. 无法判断

(15) 下列函数中为偶函数的是 ( ).

$$A. y = e^{-2x}$$

$$B. y = \ln(1-x)^2$$

$$C. y = x^5 \cos x$$

$$D. y = \ln|x|$$

(16) 下列函数中为奇函数的是 ( ).

$$A. y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$$

$$B. y = x \sin 2x$$

$$C. y = 3 \cdot \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$D. y = x^3 + x^2$$

(17) 若  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是偶函数, 则  $f(-x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是 ( ).

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

$$D. f(x) \equiv 0$$

(18) 设  $f(x)$  为在  $(-\infty, +\infty)$  内任意不恒等于零的函数, 则  $F(x) = f(x) + f(-x)$  必是 ( ).

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

$$D. F(x) \equiv 0$$

(19) 下列函数中, 在定义域内是单调增加、有界的函数是 ( ).

$$A. y = x + \arctan x$$

$$B. y = \cos x$$

$$C. y = \arcsin x$$

$$D. y = x \sin x$$

(20) 下列函数中, 在定义域内是单调增加的函数是 ( ).

$$A. y = x + \arctan x$$

$$B. y = \cos x$$

$$C. y = \tan x$$

$$D. y = x \sin x$$

(21) 函数  $y = x^2$  中在下列哪一个区间中是单调增加的 ( ).

$$A. (-\infty, +\infty)$$

$$B. (-\infty, 0)$$

$$C. (0, +\infty)$$

$$D. (-\infty, 1)$$

(22) 函数  $f(x)$  与其反函数  $f^{-1}(x)$  的图形对称于直线 ( ).

$$A. y = 0$$

$$B. x = 0$$

$$C. y = x$$

$$D. y = -x$$

(23) 曲线  $y = a^x$  与  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$  在同一直角坐标系中, 它们的图形 ( ).

A. 关于  $x$  轴对称

B. 关于  $y$  轴对称

C. 关于直线  $y = x$  轴对称

D. 关于原点对称

(24) 反正切函数  $y = \arctan x$  的定义域是 ( ).

$$A. (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$$

$$B. (0, \pi)$$

$$C. (-\infty, +\infty)$$

$$D. [-1, 1]$$

(25) 设  $f(x) = \ln(x+1)$ , 且函数  $\varphi(x)$  的反函数  $\varphi^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , 则  $f[\varphi(x)] = ( )$ .

$$A. \ln \frac{2x}{x+1}$$

$$B. \ln \frac{2x}{x-1}$$

$$C. \ln \frac{1-x}{x+1}$$

$$D. \ln \frac{1+x}{1-x}$$

(26) 函数  $y = \sqrt[5]{2 \ln 5 \sin^3 x}$  的复合过程为 ( ).

$$A. y = \sqrt[5]{u}, u = 2 \ln v, v = 5w^3, w = \sin x$$

$$B. y = \sqrt[5]{u^3}, u = 2 \ln 5 \sin x$$

$$C. y = \sqrt[5]{2 \ln u^3}, u = 5 \sin x$$

$$D. y = \sqrt[5]{u}, u = \ln v^3, v = 5 \sin x$$

(27) 以下各对函数是相同函数的为 ( ).

$$A. f(x) = |x| \text{ 与 } g(x) = -x$$

$$B. f(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} \text{ 与 } g(x) = |\cos x|$$

C.  $f(x) = \frac{x}{x}$  与  $g(x) = 1$

D.  $f(x) = |x-2|$  与  $g(x) = \begin{cases} x-2, & x > 2, \\ 2-x, & x < 2. \end{cases}$

(28) 下列说法错误的是 ( ).

A.  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = |x|$  表示同一函数

B.  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 3x + 2$  是有界函数

C.  $f(x) = \cos x + 2x$  不是周期函数

D.  $y = x^2 + 1$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是单调函数

(29) 下列函数的图像关于  $y$  轴对称的是 ( ).

A.  $e^{2x} \cos 4x$

B.  $2 \cos(x+1)$

C.  $x^3 \sin \frac{x}{2}$

D.  $\ln \frac{1-x}{1+x}$

2. 填空题:

(1) 设  $f(x) = 3 \arctan x$ , 则  $f(x)$  的值域为\_\_\_\_\_.

(2) 函数  $f(x) = x^3 \sqrt{x-1} + 3$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(3) 函数  $f(x) = 4 \ln \frac{x-1}{3}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(4) 函数  $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \frac{2}{3(x-3)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(5) 函数  $f(x) = \sqrt[4]{\ln(3x-2)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(6) 设  $f(x+2) = x^2 + 1$ , 则  $f(x-1) =$ \_\_\_\_\_.

(7) 设  $f(x) = \frac{1-x}{2+x}$ , 则  $f[f(x)] =$ \_\_\_\_\_.

(8) 函数  $y = \sqrt[3]{x+1}$  的反函数为\_\_\_\_\_.

(9) 函数  $f(x) = \arcsin x$  的反函数  $f^{-1}(x)$  的值域是\_\_\_\_\_.

(10) 函数  $f(x) = \arccos x$  的反函数  $f^{-1}(x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

(11) 函数  $y = \sin^3(3x+2)$  是由\_\_\_\_\_复合而成.

(12) 函数  $y = \sqrt{\arctan x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

(13) 函数  $y = \ln \arcsin x - 1$  是由\_\_\_\_\_复合而成.

(14) 设  $f(x-1) = x^2 + 1$ , 则  $f(x-2) =$ \_\_\_\_\_.

(15) 函数  $y = \log_4 \sqrt{x} + \log_4 2$  的反函数是\_\_\_\_\_.

(16) 设  $f(3x) = 2x+1$ ,  $f(a) = 5$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

3. 判断题:

(1) 函数  $f(x) = \lg x^3$  与  $g(x) = 3 \lg x$  不相同. ( )

(2) 函数  $f(x) = x$  与  $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$  相同. ( )

(3) 函数  $f(x) = x \cdot (2x-1)^{\frac{1}{3}}$  与  $g(x) = x \cdot \sqrt[3]{2x-1}$  相同. ( )

(4)  $f(x) = \frac{1}{2^x-3} + \frac{1}{2}$  函数是偶函数. ( )

(5)  $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$  ( $a > 0$ ) 函数是奇函数. ( )

(6) 定义在  $(-l, l)$  上的两个偶函数的乘积仍是偶函数. ( )

(7) 定义在  $(-l, l)$  上的两个偶函数的和仍是偶函数. ( )

(8) 定义在  $(-l, l)$  上的两个奇函数的乘积仍是奇函数. ( )

(9) 定义在  $(-l, l)$  上的两个奇函数的和仍是奇函数. ( )

- (10) 函数  $f(x)$  的定义域是  $[-a, a]$ , 则是  $F(x) = f(x) + f(-x)$  偶函数. ( )
- (11) 周期函数一定具有最小正周期. ( )
- (12) 函数  $y = \tan x$  在定义域内是单调增加的函数. ( )
- (13) 函数  $y = x^2$  具有反函数. ( )
- (14) 单调函数一定有反函数. ( )
- (15) 对于给定的函数  $y = f(x) (x \in X, y \in Y)$ , 它在  $X$  上有反函数的充分条件是  $f(x)$  在  $X$  上是单调函数. ( )
- (16) 反函数  $f^{-1}(x)$  与  $f(x)$  的图像关于直线  $y = x$  对称. ( )
- (17) 函数  $y = \cos(x+1)$  是复合函数. ( )
- (18) 函数  $y = 3x^5 - 6x^2 + 1$  是复合函数. ( )
- (19) 函数  $y = \sin^3 x$  的外层函数是  $y = \sin x$ . ( )
- (20) 分段函数是初等函数. ( )
- (21) 分段函数  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x, & x > 0, \end{cases}$  是初等函数. ( )
- (22) 设  $f(x) = \begin{cases} x+1, & 0 \leq x \leq 2, \\ 3x-1, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$  是分段函数. ( )

4. 下列各题中, 函数  $f(x)$  与  $g(x)$  是否同一函数? 为什么?

- (1)  $f(x) = \ln x^4 + 1$  与  $g(x) = 4 \ln x + 1$ ; (2)  $f(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4}$  与  $g(x) = x^2 - 4$ ;
- (3)  $f(x) = 2x^2$  与  $g(x) = 2 \ln e^{x^2}$ ; (4)  $f(x) = \sqrt{x^2}$  与  $g(x) = |x|$ ;
- (5)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$  与  $g(x) = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-3}$ .

5. 设函数  $f(x) = \frac{2x^2}{x-3}$ , 求  $f(0), f(2), f(-x+1)$ .

6. 已知函数  $f(x) = \arctan 2x + 1$ , 求函数的定义域.

7. 求  $f(x) = \sqrt{2x-2} + \arcsin \frac{x}{3}$  的定义域.

8. 求函数  $f(x) = \frac{3}{2} \sqrt{x-2} + \ln(3-x) + 6$  的定义域.

9. 设  $f(x)$  和  $g(x)$  为任意函数, 定义域均为  $(-\infty, +\infty)$ , 试判定下列函数的奇偶性.

- (1)  $f(x) + f(-x) + g(x) + g(-x)$ ; (2)  $f(x) - f(-x) + g(x) + g(-x)$ .

10. 判断下列函数的奇偶性:

- (1)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ; (2)  $f(x) = \lg(x^2 + 1)$ ;
- (3)  $f(x) = x^2 \sin x$ ; (4)  $f(x) = x^5 + 4x^3 - 2x$ ;
- (5)  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1})$ ; (6)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

11. 求下列函数的周期:

- (1)  $y = \cos(x-1)$ ; (2)  $y = \sin^2 x$ ;

$$(3) y = \sin 2x;$$

$$(4) y = \tan 3x.$$

12. 分解下列复合函数:

$$(1) y = (3x+2)^{10};$$

$$(2) y = \sqrt{1-x^2};$$

$$(3) y = 10^{-x};$$

$$(4) y = 2^{x^2};$$

$$(5) y = \log_2(x^2+1);$$

$$(6) y = \sin 5x;$$

$$(7) y = \sin x^5;$$

$$(8) y = \sin^5 x;$$

$$(9) y = \lg \lg \lg x;$$

$$(10) y = \arcsin \frac{x}{2};$$

$$(11) y = \sin 2x;$$

$$(12) y = (2x+3)^2;$$

$$(13) y = (5-x^2)^{100};$$

$$(14) y = \ln \sin 2^{x+1};$$

$$(15) y = \cos(e^x - 1)^2;$$

$$(16) y = \cos^2 \ln(x^2 - 2x + 1).$$

$$13. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} 2-x, & 0 \leq x \leq 3, \\ x-3, & 3 < x \leq 5, \end{cases} \text{ 求 } f[f(4)].$$

$$14. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 3x-2, & 1 < x \leq 2, \end{cases} g(x) = e^x, \text{ 求 } f[g(x)].$$