

第四章 一元函数微分学的应用

1. (1) C; (2) A; (3) A; (4) C; (5) C; (6) D;
 (7) B; (8) D; (9) D; (10) B; (11) A; (12) A;
 (13) A; (14) D; (15) A; (16) C; (17) A; (18) A;
 (19) C; (20) C; (21) C; (22) C; (23) D; (24) A.

2. (1) 2; (2) $2\sqrt{2}-1$; (3) -1; (4) -2, 4; (5) 2, -2; (6) $-\frac{1}{\ln 3}$;
 (7) $[1, +\infty)$; (8) $[-\infty, 3]$; (9) $[-\infty, -\frac{1}{2}]$; (10) $[-\infty, 0]$; (11) $(2, +\infty)$; (12) 0, 4;
 (13) -2, 0; (14) $-\frac{17}{3}$; (15) $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$; (16) 上凹; (17) (0, 1); (18) 4;
 (19) (1, -4); (20) $y = 0$; (21) $x = -1$; (22) $x = \pm 1$;

3. (1) $\xi = 1 \in (0, \frac{3}{2})$; (2) $\xi = \frac{-1 + \sqrt{19}}{6} \in (0, 1)$; (3) $\xi = \frac{4}{3} \in (-2, 3)$;
 (4) $\xi = 0 \in (-1, 1)$.

4. (1) $\frac{1}{3}$; (2) 1; (3) $\frac{1}{3}$; (4) 1; (5) $\frac{2}{\pi}$; (6) 6;
 (7) $\frac{2}{3}$; (8) 1; (9) -8; (10) 2; (11) $\ln 4 - \ln 6$; (12) 1;
 (13) 1; (14) $\frac{1}{2}$; (15) $-e^{-a}$; (16) $\frac{2}{3}$; (17) $\frac{4}{3}$; (18) 1;
 (19) e^2 ; (20) $\frac{1}{4}$; (21) $-\frac{3}{2}$; (22) 2; (23) e^{-2} ; (24) e.

5. (1) 极大值 $y(0) = 2$, 极小值 $y(1) = 1$; (2) 极大值 $y(1) = 1$, 极小值 $y(-1) = -1$;
 (3) 极大值 $y(0) = 0$, 极小值 $y(\pm 1) = -1$; (4) 极大值 $y(1) = \frac{1}{e}$;

- (5) 极大值 $y(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2}$; (6) 极小值 $y(3) = -47$, 极大值 $y(-1) = 17$.

6. (1) $a \leq 2$, 减区间为 $(0, +\infty)$; $a > 2$, 减区间为 $(0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}) \cup (\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty)$, 增

区间为 $(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2})$;

- (2) 增区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $[3, +\infty)$, 减区间为 $[-1, 3]$;

- (3) 增区间为 $[\frac{1}{2}, +\infty)$, 减区间为 $(0, \frac{1}{2}]$;

(4)增区间为 $(-\infty, -2)$ 和 $[0, +\infty)$, 减区间为 $[-2, -1]$ 和 $[-1, 0]$;

(5)增区间为 $(0, +\infty)$, 减区间为 $(-\infty, 0)$;

(6)增区间为 $(-\infty, 1)$ 和 $(3, +\infty)$, 减区间为 $(1, 3)$.

7.(1)最大值 $y=13$, 最小值 $y=4$;

(2)最大值 $M=\frac{23}{9}$, 最小值 $m=\frac{21}{25}$;

(3)最大值 $y=3$, 最小值 $y=\sqrt{3}$;

(4)最大值 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$, 最小值 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{5\pi}{4}}$.

8. $m=3$, 最小值 $f(-2)=-37$.

9.当存储箱的长、宽、高均为 $\sqrt[3]{V}$ 时, 木板用料最省.

10.当定价 10 元时, 获利最大, 最大利润为 100 万元.

11.当客船速度为 30 千米/时, 总费用最少.

12.高为 4, 底部正方形边长 8, 所用的材料最省.

13.(1)上凹区间为 $(-\infty, 0)$ 和 $(2, +\infty)$, 下凹区间为 $(0, 2)$, 拐点为 $(0, \frac{3}{4}), (2, \frac{3}{4})$;

(2)在整个定义域 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 都是下凹的, 没有拐点;

(3)上凹区间为 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 和 $(1, +\infty)$, 下凹区间为 $(-\infty, -\frac{1}{2})$, 拐点为 $(-\frac{1}{2}, \frac{2}{9})$;

(4)上凹区间为 $(-2, +\infty)$, 下凹区间为 $(-\infty, -2)$, 拐点为 $(-2, -2e^{-2})$;

(5)上凹区间为 $(-\infty, 4)$, 下凹区间为 $(4, +\infty)$, 拐点为 $(4, 2)$;

(6)上凹区间为 $(1, +\infty)$, 下凹区间为 $(-\infty, 1)$, 拐点为 $(1, 1)$;

(7)上凹区间为 $(-\infty, 0)$ 和 $(\frac{2}{3}, +\infty)$, 下凹区间为 $(0, \frac{2}{3})$, 拐点为 $(0, 1)$ 和 $(\frac{2}{3}, \frac{11}{27})$;

(8)上凹区间为 $(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$, 下凹区间为 $(0, \frac{3\pi}{4})$ 和 $(\frac{7\pi}{4}, 2\pi)$, 拐点为 $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ 和 $(\frac{7\pi}{4}, 0)$.